

De echte eindstand

Door alle onderlinge resultaten én het aantal gespeelde wedstrijden te beschouwen kan er een eerlijke eindstand van een afgebroken competitie berekend worden. Of een eerlijke tussenstand, zeker als er meer en meer wedstrijden niet door kunnen gaan wegens de coronapandemie...

Inleiding

Het zal niemand zijn ontgaan dat de eredivisie vroegtijdig is gestopt. Van de 34 wedstrijden die elk team in de eredivisie speelt, hebben de meeste teams er slechts 26 gespeeld; Ajax, AZ, Feyenoord en FC Utrecht hebben er zelfs maar 25 gespeeld. Dus 3/4 van de competitie is gespeeld, en daar blijft het bij. Volgend seizoen worden de competities weer opgestart, zowel de nationale als de internationale. Waar normaal teams promoveren, degraderen en zich kwalificeren, is dat nu niet zo evident. De KNVB heeft besloten om de huidige stand als definitieve ranking te nemen in de verdere besluitvorming.

Hier valt nogal wat tegen in te brengen:

- Teams hebben een verschillend aantal wedstrijden gespeeld. FC Utrecht, bijvoorbeeld, heeft één wedstrijd minder gespeeld dan Willem II, en als het die wedstrijd zou winnen komt het in punten gelijk met Willem II, en op doelsaldo zelfs boven Willem II.
- Teams hebben tegenstanders van verschillende sterkte gehad. Dus bijvoorbeeld: ADO heeft nog acht wedstrijden tegoed waaronder wedstrijden tegen de lagergeklasseerden Fortuna, Emmen, VVV, en PEC, terwijl directe concurrent Fortuna onder andere tegen PSV, AZ, en Ajax moet spelen.

De huidige stand is dus geen eerlijke weergave van de resultaten. Het kan beter en eerlijker. Er is een methode om een ranglijst op te maken die zowel rekening houdt met het aantal gespeelde wedstrijden, als met de sterkte van de tegenstanders waartegen gespeeld is. Deze methode kent een team per wedstrijd niet alleen punten toe op basis van het wedstrijdresultaat, maar houdt ook rekening met de relatieve sterkte van de tegenstander, en daarnaast met het aantal gespeelde wedstrijden. Er is

een unieke manier om de sterkte van elk team te bepalen, zodat deze sterkte consistent is met de uitslagen in de competitie. In de volgende sectie gaan we in detail in op de berekening van de teamsterktes.

De berekening

Neem aan dat er een set van teams N is; ons doel is om een ranking van die $|N|$ teams te vinden, terwijl niet alle wedstrijden gespeeld zijn. We gaan ervan uit dat elk team een bepaalde sterkte heeft; wanneer we die sterktes kennen, dan volgt de ranking door de teams op sterkte te ordenen. We gebruiken de volgende symbolen:

- r_i : de sterkte van team i , $i \in N$;
- a_{ij} : score afhankelijk van de uitkomsten van de wedstrijden tussen teams i en j ;
- n_i : aantal gespeelde wedstrijden door team i , $i \in N$.

Om de parameters a_{ij} te specificeren volgen we de puntentoeiening van 0 of 1 of 3 punten bij respectievelijk verlies, gelijkspel of winst die in het huidige voetbal gebruikt wordt. Dus om heel expliciet te zijn: aangezien op dit moment elk tweetal teams in de eredivisie $1 \times$ of $2 \times$ tegen elkaar gespeeld hebben, krijgen we het volgende. Als teams i en j $1 \times$ tegen elkaar gespeeld hebben, dan is a_{ij} gelijk aan 0 wanneer team i verloor van team j , 1 wanneer team i en team j gelijk speelden, en 3 wanneer team i won van team j . Als teams i en j $2 \times$ tegen elkaar gespeeld hebben, dan is a_{ij} gelijk aan 0 wanneer team i $2 \times$ verloor van team j , 1 wanneer team i $1 \times$ verloor en $1 \times$ gelijkspelde tegen team j , 2 wanneer teams i en j $2 \times$ gelijkspelde, 3 wanneer team i $1 \times$ won, en $1 \times$ verloor van team j , 4 wanneer team i $1 \times$ won van team j , en $1 \times$ gelijkspelde tegen team j , en 6 wanneer team i $2 \times$ won van team j . De totale score van team $i \in N$ noteren we met s_i , en schrijven we als volgt:

$$s_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{|N|} a_{i,j} \cdot r_j$$

Stand		
1	AZ (2)	0,361
2	Ajax (1)	0,342
3	Feyenoord	0,324
4	PSV	0,292
5	Willem II	0,290
6	FC Utrecht	0,258
7	Vitesse	0,256
8	FC Groningen (9)	0,236
9	Heracles (8)	0,216
10	SC Heerenveen	0,204
11	FC Emmen (12)	0,198
12	Sparta (11)	0,186
13	FC Twente (14)	0,181
14	VVV (13)	0,170
15	Fortuna Sittard (16)	0,155
16	PEC Zwolle (15)	0,144
17	ADO Den Haag	0,107
18	RKC	0,101

figuur 1 De echte eindstand in de eredivisie

Hierbij is de score per team genormaliseerd – dit is gedaan door te delen door het totaal aantal wedstrijden dat een team heeft gespeeld. Aangezien de aanname is dat de totale score van een team proportioneel zal zijn met de sterkte, verwachten we een resultaat in de vorm van: $s_i = \lambda r_i$ voor een $\lambda > 0$. Als we dit voor alle teams bekijken, volgt dat: $Ar = \lambda r$ waarbij de elementen van de matrix A gelijk zijn aan $\frac{a_{i,j}}{n_i}$, $i, j \in N$. Met andere woorden: de vector der sterktes is een eigenvector van de matrix A . De Perron-Frobenius stelling geeft precies aan onder welke voorwaarden op A deze eigenvector positieve elementen heeft, en uniek is. We verwijzen naar Keener^[1] voor een lezenswaardige beschrijving van deze berekening. Voor hier volstaan we met de mededeling dat er inderdaad een unieke (r_i) bestaat zodat $Ar_i = \lambda r_i$.

De resultaten

We hebben deze berekening uitgevoerd, en dan is dit de echte eindstand in de eredivisie, zie figuur 1. En in figuur 2 is dan de eindstand in de eerste divisie. Hier maken we de kanttekening dat de strafpunten voor Den Bosch en Roda niet zijn meegenomen. Op de website staat een Excel-bestand met een aantal rekenvoorbeelden en een actuele versie van matrix A van de eredivisieresultaten tot nu toe.

 vakbladeuclides.nl/963eindstand

Stand		
1	Cambuur	0,348
2	De Graafschap	0,345
3	Volendam	0,314
4	Jong Ajax	0,290
5	Go Ahead Eagles (6)	0,277
6	NAC (5)	0,259
7	NEC (8)	0,232
8	Almere (9)	0,227
9	Excelsior (7)	0,224
10	Telstar	0,221
11	Jong FC Utrecht (12)	0,206
12	Den Bosch (11)	0,202
13	Eindhoven	0,179
14	Jong AZ	0,161
15	Top Oss (16)	0,146
16	MVV (15)	0,132
17	Jong PSV (18)	0,125
18	Roda JC (17)	0,125
19	Dordrecht	0,100
20	Helmond Sport	0,088

figuur 2 De echte eindstand in de eerste divisie

Dit artikel verscheen eerder op wetenschap.nu en is hier gepubliceerd met toestemming van de redactie van wetenschap.nu

Noot

- [1] Keener, J. (1993). The Perron-Frobenius theorem and the ranking of football teams. *SIAM Review*, 35(1), 80-93.

Over de auteurs

Frits Spieksma is hoogleraar Combinatorisch Optimaliseren aan de Faculteit Wiskunde en Informatica van de TU Eindhoven, Roel Lambers is PhD-student bij diezelfde Faculteit. Hun gezamenlijke onderzoek richt zich op het plannen van (sport)competities, en de eerlijkheid van dergelijke schedules. E-mailadressen: f.c.r.spieksma@tue.nl en r.lambers@tue.nl